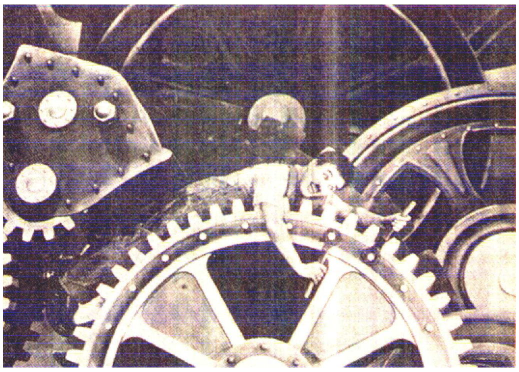
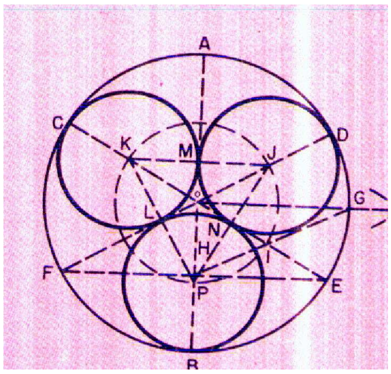
MATEMÁTICA
3ª SÉRIE - E. MÉDIO

Revisão: Geometria Plana

Prof. Rogério Rodrigues





ELEMENTOS PRIMITIVOS / ÂNGULOS

NOME : ....
NÚMERO : ....   TURMA : ...

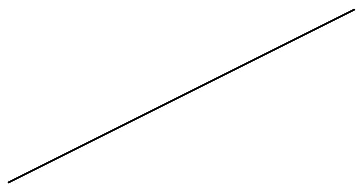
I) ELEMENTOS PRIMITIVOS – ÂNGULOS

Os elementos primitivos da Geometria são **O Ponto** , **A reta** e **O Plano** .

→ **O Ponto** é o elemento fundamental , todos os outros entes são conjuntos de pontos . Sua nomeação é feita com letras maiúsculas do nosso alfabeto .
Exemplo :

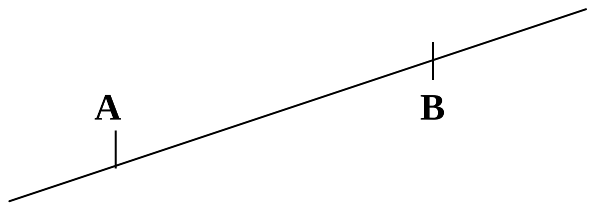
. A (Lê-se “Ponto A “)

→ **A Reta** é um infinito conjunto de pontos alinhados . Ela pode ser nomeada com letras minúsculas do nosso alfabeto .
Exemplo :



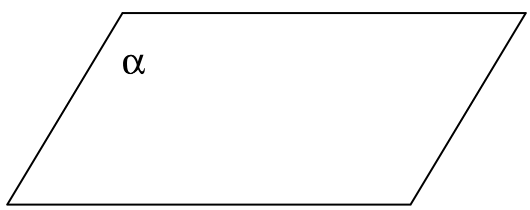
r (Lê-se “Reta r “)

OBS : Como dois pontos determinam uma reta , toda reta também pode ser nomeada por dois de seus pontos .
Exemplo :



(Lê-se “ Reta AB ” e representa-se por $\overleftrightarrow{AB}$)

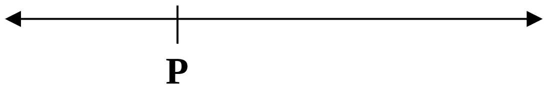
→ **O Plano** é uma superfície infinita constituída de pontos cuja imagem pode ser lembrada pelo piso de uma quadra de futebol , por exemplo . Será sempre representado por um paralelogramo e nomeado por letras gregas (α , β , ...)
Exemplo :



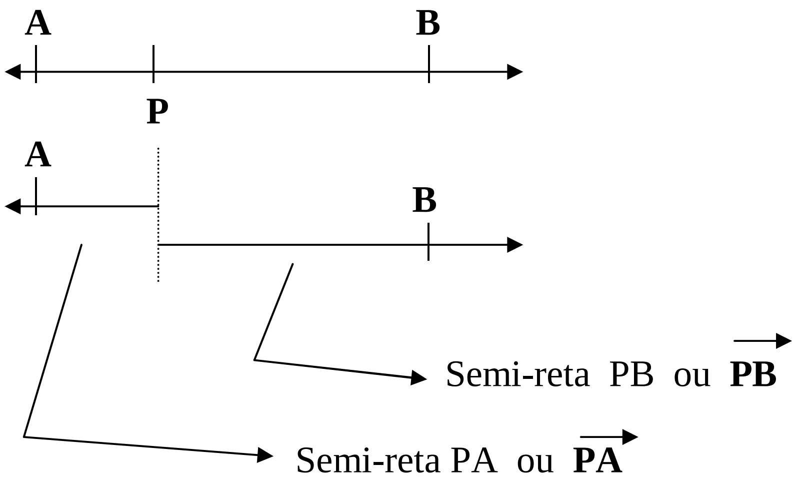
(Lê-se “Plano α)

→ Os **subconjuntos da Reta** são os **Segmentos de reta** e as **Semi-retas** .

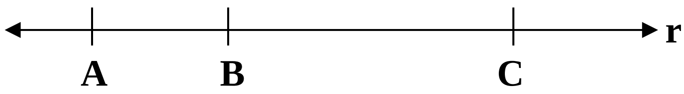
1º) Um ponto de uma reta a divide em duas **Semi-retas** .



Tomando mais um ponto em cada uma das semi-retas , teremos :



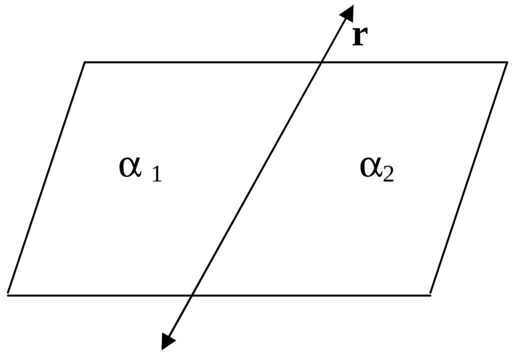
2º) Dois pontos de uma reta determinam , nessa reta , um **Segmento de reta** que é o pedaço entre os dois pontos e esses próprios pontos .



Na figura acima temos determinados os seguintes segmentos da reta **r** :

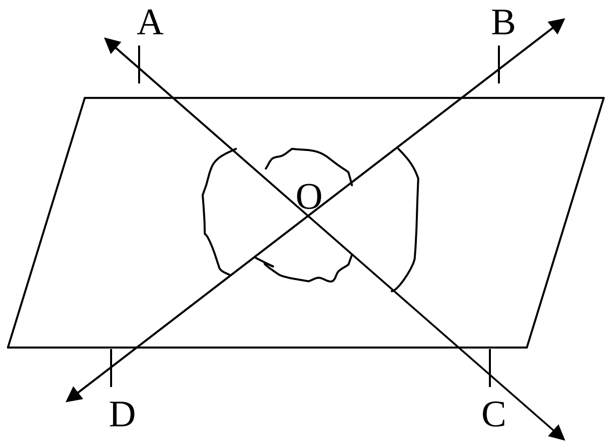
- Segmento AB ou $\overline{\mathbf{AB}}$
- Segmento AC ou $\overline{\mathbf{AC}}$
- Segmento BC ou $\overline{\mathbf{BC}}$

3º) Toda reta de um plano o divide em dois **Semi-planos** .



Na figura acima a reta **r** dividiu o plano α em dois **Semi-planos** $\alpha_{\mathbf{1}}$ e $\alpha_{\mathbf{2}}$.

4º) Duas retas **concorrentes** (que só têm um ponto comum) dividem o plano que as contém em quatro fatias chamadas de **ÂNGULOS** .



Sendo **O** o ponto onde se interceptam as retas **AC** e **BD** , temos determinados os seguintes ângulos :

- ângulo de **vértice O** e **lados OA e OB (semi-retas)** ou **AÔB** ;
- ângulo de **vértice O** e **lados OB e OC (semi-retas)** ou **BÔC** ;
- ângulo de **vértice O** e **lados OC e OD (semi-retas)** ou **CÔD** ;
- ângulo de **vértice O** e **lados OD e OA (semi-retas)** ou **DÔA** .

5º) A medição de um ângulo se baseia na inclinação de um lado em relação ao outro . A unidade padrão é o **GRAU** (Uma das 360 fatias iguais em que um disco pode ser dividido a partir do seu centro) . Os submúltiplos do Grau são o **MINUTO** e o **SEGUNDO** .

1^o = 60' , ou seja , **1 GRAU equivale a 60 minutos**

1' = 60 " , ou seja , **1 minuto equivale a 60 segundos**

<u>EXEMPLOS</u> :

1) Veja como muitas medidas de ângulos podem ser reduzidas :

a) 2^o 25' 72" = 2^o $\underbrace{25' \; (60"}_{1'}$ + 12") = 2^o 26' 12"

b) 15^o 92' 85" = $\underbrace{15^o \; (60'}_{1^o}$ + 32') $\underbrace{(60"}_{1'}$ + 25") = 16^o 33' 25"

c) 10.250" = ?

Dividindo-se por 60 , teremos minutos e segundos :

10.250 " : 60 = 170' e resto 50"

Dividindo-se 170' por 60 , teremos graus e minutos :

170 ' : 60 = 2^o e resto 50'

Então 10.250" = 2^o 50 ' 50 " .

2) Veja como efetuar operações com medidas de ângulos :

a) 13^o 45' 30" + 27^o 36' 40" = ?

- Somando grau com grau : 13^o + 27^o = 40^o
- Somando minuto com minuto : 45'+ 36' = 81'
- Somando segundo com segundo : 30" + 40" = 70"

Então , a soma pedida é 40^o 81' 70" , que reduzida dá 41^o 22' 10" .

b) 32^o 12' 25" - 10^o 30' 12" = ?

Como a ordem dos minutos no minuendo é menor do que no subtraendo , converte-se 1 grau do minuendo em minutos . Então , a operação proposta pode ser escrita assim :

31^o 72' 25" - 10 ^{o} 30' 12" = 21^o 42' 13" .

c) $3 . (32^o\ 22'\ 24'') = (3 . 32^o)(3 . 22')(3 . 24'') = 96^o\ 66'\ 72''$ que reduzido dá $97^o\ 7'\ 24''$.

d) $61^o\ 41'\ 5'' : 5 = ?$
Como as ordens de grau e de minuto não são divisíveis por 5 , basta reduzí-las ao múltiplo de 5 imediatamente abaixo :
$61^o\ 41'\ 5'' = 60^o\ 101'\ 5'' = 60^o\ 100'\ 65''$. Então , a operação proposta equivale a $60^o\ 100'\ 65'' : 5 = 12^o\ 20'\ 13''$.

OBS : Uma unidade muito usual para a medição de ângulos é o **RADIANO** . Sabe-se que o comprimento de toda circunferência equivale a 2π vezes o seu raio . O número de raios é exatamente o número de **radianos** . Então , como uma circunferência compreende um ângulo de 360^o ,

$$\boxed{\mathbf{2\pi\ rad = 360^o}\ \text{, ou seja ,}\ \mathbf{\pi\ rad = 180^o}}$$

Exemplos :

1) Quantos radianos eqüivalem a 150^o ?
Basta armar uma Regra de Três simples :

π rad ---------- 180^o
x ---------- 150^o

Então : $x = \frac{150\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ rad

2) Quantos graus eqüivalem a $\frac{3\pi}{4}$ rad ?

Basta substituir π por 180^o . Então $\frac{3\pi}{4}$ rad $= \frac{3.180^o}{4} = 135^o$

3) A quantos radianos eqüivalem $10^o\ 20'$?
Na Regra de Três , colocar todas as unidades em minutos :

π rad ------- $180 . 60'$
x ------- $(10 . 60' + 20')$

Então $x = \frac{620\pi}{(180).(60)} = \frac{31\pi}{540}$ rad

<u>Exercícios de Fixação</u> :

1) Um estudante representou , numa folha de papel , dois ângulos de medidas **m** e **n** , tais que m = 30^o 15' e n = $\frac{2\pi}{5}$ rad . Ao fotocopiar ampliando os desenhos , as figuras representadas triplicaram de tamanho . Nas fotocópias , com que medidas ficaram os ângulos ?

2) O **grado** é uma medida correspondente a uma das 400 fatias iguais em que se divide um disco a partir do seu centro . A quantos grados eqüivalem

a) 45^o ?

b) $\frac{9\pi}{2}$ rad ?

3) Reduza cada medida a seguir :

a) 12^o 78' 10"   b) 82^o 100' 92"   c) 22^o 12' 210"
d) 19^o 4.000 "   e) 62' 365 "   f) 17^o 722 '
g) 1480'   h) 17.245 "   i) 14.400 "

4) Escreva cada medida a seguir , usando os submúltiplos do grau :

a) 25,5^o b) 29,2^o c) 12,25^o d) 2,45^o e) 5,75'   f) 74,15'

5) Efetue cada operação indicada a seguir :

a) 28^o 42' 33" + 14^o 27' 15"   b) 13^o 32' 50" + 27^o 28' 10"
c) 42^o 17' 45" - 21^o 12' 30"   d) 67^o 12' 46" - 50^o 15' 20"
e) 18^o 29' 33" - 10^o 15' 56"   f) 9^o 2' 18" - 2^o 7' 25"
g) 7 . (2^o 12' 20")   h) 57^o 36' 24" : 6
i) 51^o 30' 30" : 7   j) $\frac{5}{9}$. (108^o 55' 21")

6) Num relógio , quantos graus percorre o maior ponteiro até que se passem

a) 20 min ?   b) 32 min ?   c) 1 h 15 min ?   d) 14,5 min ?

7) Qual é o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que marca

a) 3 h 15 min ?   b) 15 h 35 min ?   c) 9 h 40 min ?   d) 21 h 12 min ?

8) Converta para radianos :

a) 75^o b) 150^o c) 220^o d) 24^o e) 45^o 30'   f) 350'   g) 1' 12 "
h) 25,4^o i) 12,45^o j) 90,75^o

9) Converta para graus (use minutos e/ou segundos , se preciso) :

a) $\frac{\pi}{12}$ rad   b) $\frac{5\pi}{18}$ rad   c) $\frac{\pi}{72}$ rad   d) $\frac{3\pi}{8}$ rad   e) 1,25π rad   f) 0,45π rad

****

<u>Respostas</u> :

1) as mesmas   **2)** a) 50   b) 900   **3)** a) 13^{o}18'10"   b) 83^{o}41'32"   c) 22^{o}15'30"
d) 20^{o}6'40"   e) 1^{o}8'5"   f) 29^{o}2'   g) 24^{o}40'   h) 4^{o}47'25"   i) 4^o **4)** a) 25^{o}30'
b) 29^{o}12'   c) 12^{o}15'   d) 2^{o}27'   e) 5'45"   f) 74' 9"   **5)** a) 43^o 9' 48"
b) 41^o 1'   c) 21^o 9'15"   d) 16^o 57'26"   e) 8^o 13'37"   f) 6^o 54'53"   g) 15^{o}26'20"

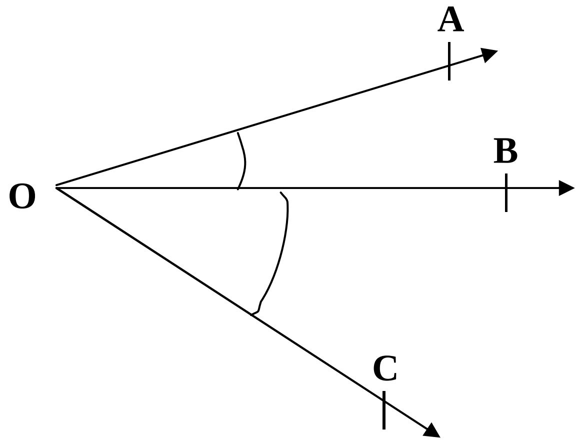
h) $9^o36'4''$ i) $7^o\ 21'\ 30''$ j) $60^o\ 30'45''$ **6)** a) 120^o b) 192^o c) 450^o d) 87^o **7)** a) $7^o30'$ b) $102^o30'$ c) 50^o d) 156^o **8)** a) $\frac{5\pi}{12}$ rad b) $\frac{5\pi}{6}$ rad c) $\frac{11\pi}{9}$ rad d) $\frac{2\pi}{15}$ rad e) $\frac{91\pi}{360}$ rad f) $\frac{7\pi}{216}$ rad g) $\frac{\pi}{9.000}$ rad h) $\frac{127\pi}{900}$ rad i) $\frac{83\pi}{1.200}$ rad j) $\frac{121\pi}{240}$ rad **9)** a) 15^o b) 50^o c) $2^o\ 30'$ d) $67^o\ 30'$ e) 225^o f) 81^o

****

II) RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS

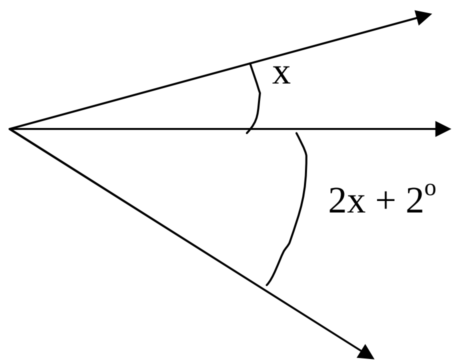
II .1) ÂNGULOS CONSECUTIVOS :

Dois ângulos são consecutivos se possuem um lado comum .



Os ângulos **AÔB** e **BÔC** , acima , são **Consecutivos** .
Os ângulos **AÔB** e **AÔC ,** acima , também são **consecutivos** .

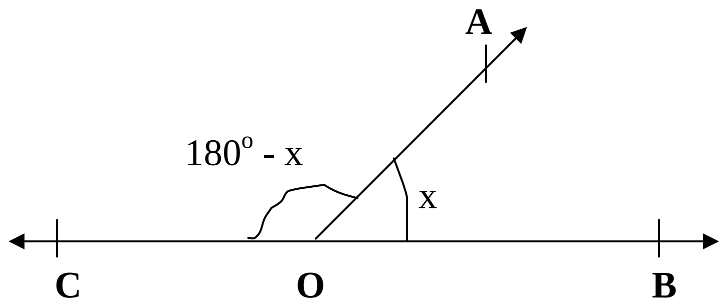
<u>EXEMPLO</u> : A soma de dois ângulos consecutivos é 47^o e um deles tem 2^o a mais do que o dobro do outro . Calcular o maior dos ângulos .



Se convencionarmos que a medida do menor é x , então o maior deles mede $2x + 2^o$. Então $x + (2x + 2^o) = 47^o \Rightarrow 3x = 45^o$ e $x = 15^o$.
Como o maior mede $2x + 2^o$, sua medida será $2.15^o + 2^o = \mathbf{32^o}$

II . 2) ÂNGULOS SUPLEMENTARES :

Dois ângulos são **Suplementares** quando sua soma é igual a 180^o .



Os ângulos **AÔB** e **AÔC** , acima , são **Suplementares** . Se um deles mede **x** , então o outro medirá $\mathbf{180^o - x}$. Dizemos então que um deles é o suplemento do outro .

<u>EXEMPLO</u> : A diferença entre um ângulo e a metade do seu suplemento é 18^o . Calcule o ângulo .

Convencionemos que : Se x é a medida do ângulo , então seu suplemento mede $180^o - x$ e , de acordo com o enunciado do problema , teremos

$$x - \frac{180^o - x}{2} = 18^o \Rightarrow 2x - 180^o + x = 36^o \Rightarrow 3x = 216^o \text{ e}$$

$x = 72^o$. Logo , o ângulo pedido mede $\mathbf{72^o}$.

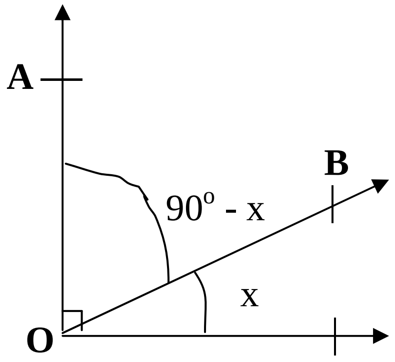
II . 3) ÂNGULOS ADJACENTES :

Dois ângulos são **Adjacentes** se são **Consecutivos** e não possuem ponto interno comum .

<u>EXEMPLO</u> : É o caso dos ângulos AÔB e BÔC da figura no item **II .1** e o caso dos ângulos AÔB e AÔC da figura no item **II . 2** .

II . 4) ÂNGULOS COMPLEMENTARES :

Dois ângulos são **Complementares** se a soma de suas medidas é 90^o .



Na figura , **AÔB** e **BÔC** são **Complementares** . Se um deles mede **x** , o outro medirá $\mathbf{90^o - x}$.

C

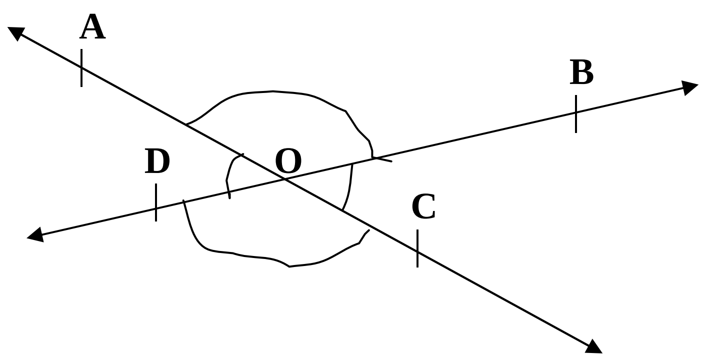
<u>EXEMPLO</u> : A diferença entre dois ângulos complementares é 18^o . Calcule-os .

$1^{\underline{o}}$ Processo : Se convencionarmos que um deles mede x , então o outro medirá $90^o - x$ e , pelo enunciado do problema , teremos $x - (90^o - x) = 18^o \Rightarrow 2x = 108^o$ e $x = 54^o$. Logo , um deles mede **54º** e o outro mede **36º** .

$2^{\underline{o}}$ Processo : Se convencionarmos que o maior mede x e o menor mede y, teremos o sistema $\begin{cases} x + y = 90^o \\ x - y = 18^o \end{cases}$ que resolvido por qualquer processo nos dará **x = 54º** e **y = 36º** .

II . 5) ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE :

Dois ângulos são **Oposto Pelo Vértice** (OPV) quando os lados de um deles são semi-retas opostas aos lados do outro .



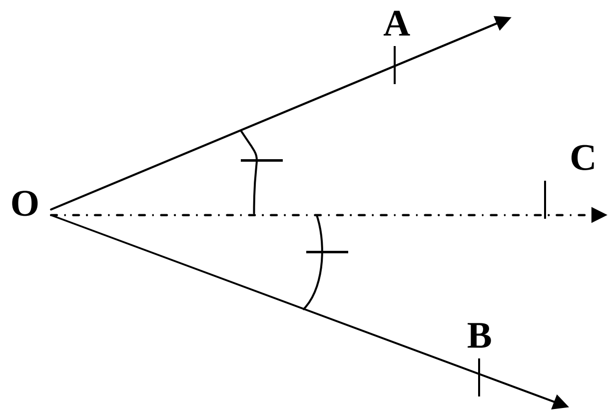
Na figura acima , os ângulos **AÔB** e **CÔD** são **OPV** assim como os ângulos **BÔC** e **AÔD** também o são .

DOIS ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE SEMPRE TÊM A MESMA MEDIDA

EXEMPLO : As medidas de dois ângulos opostos pelo vértice são dadas por $3a + 11$ e $3b + 5^o$. Se $a + b = 28^o$, calcule os valores de a e b .

Como dois ângulos OPV são iguais , temos : $3a + 11^o = 3b + 5^o \Rightarrow$ $3a - 3b = -6^o$ ou ainda $a - b = -2^o$ e como $a + b = 28^o$, temos o sistema $\begin{cases} a - b = -2^o \\ a + b = 28^o \end{cases}$ que resolvido por qualquer método nos dá $a = 13^o$ e $b = 15^o$.

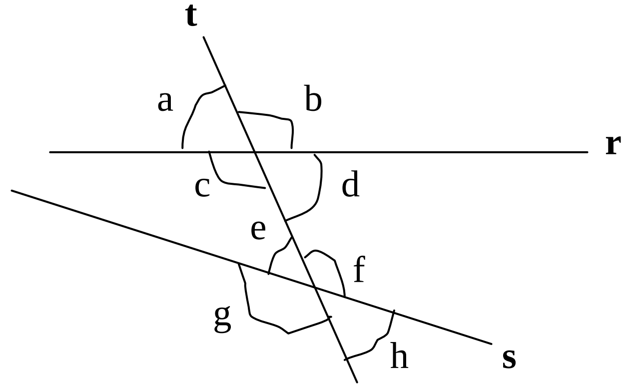
<u>OBS</u> : A bissetriz de um ângulo é a semi-reta que tem origem no vértice do ângulo e o divide ao meio .



Na figura acima , se med(**AÔC**) = med(**CÔB**) , então $\overrightarrow{\mathbf{OC}}$ é a **Bissetriz** de **AÔB** .

II . 6) ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS CONCORRENTES E UMA TRANSVERSAL :

Observe a figura abaixo , onde estão representadas duas retas concorrentes **r** e **s** e uma transversal (reta que concorre com outras) :



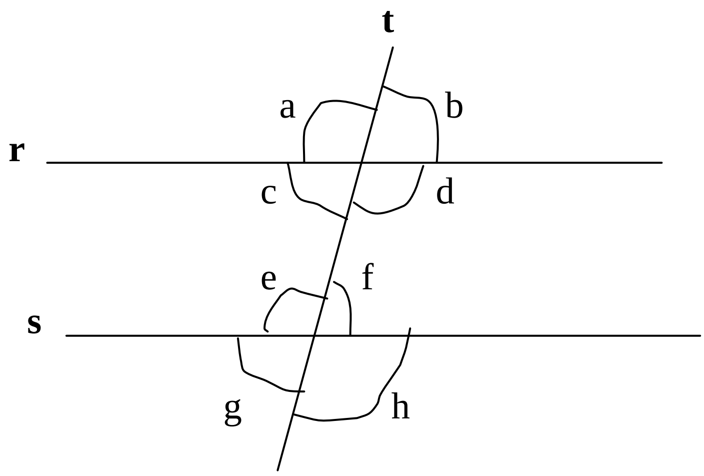
Assim são classificados , aos pares , os ângulos assinalados na figura :

→ **<u>Ângulos correspondentes</u> : a** e **e** , **b** e **f** , **c** e **g** e **d** e **h** .
→ **<u>Ângulos alternos internos</u> : c** e **f** e **d** e **e** .
→ **<u>Ângulos alternos externos</u> : a** e **h** e **b** e **g** .
→ **<u>Ângulos colaterais internos</u> : c** e **e** e **d** e **f** .
→ **<u>Ângulos colaterais externos</u> : a** e **g** e **b** e **h** .

Se as retas **r** e **s** forem **paralelas** (não tiverem ponto comum) , então os ângulos **correspondentes terão a mesma medida** e , conseqüentemente :

→ **Os ângulos alternos internos terão a mesma medida** ;
→ **Os ângulos alternos externos terão a mesma medida** ;
→ **Os ângulos colaterais internos serão suplementares** ;
→ **Os ângulos colaterais externos serão suplementares** ;

Observe a figura a seguir :



$\boxed{r \ // \ s}$

→ **Correspondentes : a = e , b = f , c = g** e **d = h** ;
→ **Alternos internos : c = f** e **d = e** ;
→ **Alternos externos : a = h** e **b = g** ;
→ **Colaterais internos :** $c + e = 180^o$ e $d + f = 180^o$;
→ **Colaterais externos :** $a + g = 180^o$ e $b + h = 180^o$.

Além desses , podemos destacar ainda os pares de ângulos **OPV** na figura :

a = **d** , **b** = **c** , **e** = **h** e **f** = **g**

<u>Exercícios de Fixação</u> :

1) Dois ângulos consecutivos **AÔB** e **BÔC** são tais que a medida do primeiro excede a medida do segundo em 32^o . Se a medida de **AÔC** é 50^o , calcule a medida de **AÔB** .

2) A diferença entre dois ângulos adjacentes é 20^o . Calcule o complemento do menor dos ângulos .

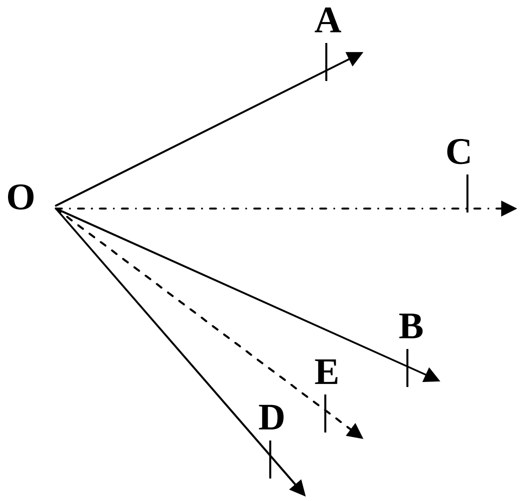
3) A diferença entre o dobro do complemento de um ângulo e a metade do seu suplemento é 30^o . Qual é a medida do ângulo ?

4) Dois ângulos complementares são tais que sua diferença é 4^o . Calcule-os .

5) A medida de um ângulo agudo (mede menos do que 90^o) é **a** . Quanto mede a diferença entre o suplemento e o complemento de **a** ?

6) Qual é a medida de um ângulo cujos $\frac{2}{3}$ do complemento somados aos $\frac{3}{5}$ do suplemento perfazem 111^o .

7) Na figura , $\overrightarrow{\mathbf{OC}}$ é a bissetriz de **AÔB** e $\overrightarrow{\mathbf{OE}}$ é a bissetriz de **BÔD** . Se o primeiro ângulo é o triplo do segundo e med(**CÔE**) = 40^o , calcule a medida dos dois ângulos .



8) Mostre que se dois ângulos são adjacentes e complementares , então suas bissetrizes formam um ângulo de 45^o .

9) Mostre que se dois ângulos são adjacentes e suplementares, então suas bissetrizes formam um ângulo reto (90^o) .

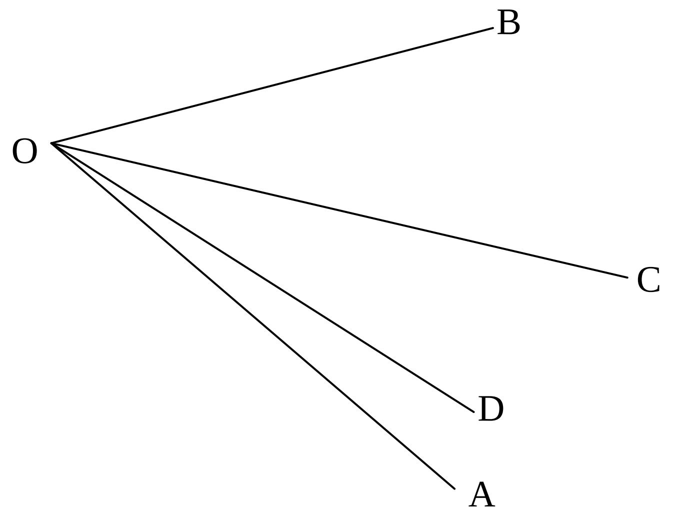
10) As medidas de dois ângulos opostos pelo vértice são dadas por $2x – 14^o$ e $x + 20^o$. Calcule o valor de x .

11) Dois ângulos opostos pelo vértice têm suas medida expressas por $4a – 2^o$ e $5b – 3^o$. Se $a + b = 20^o$, calcule a medida desses ângulos .

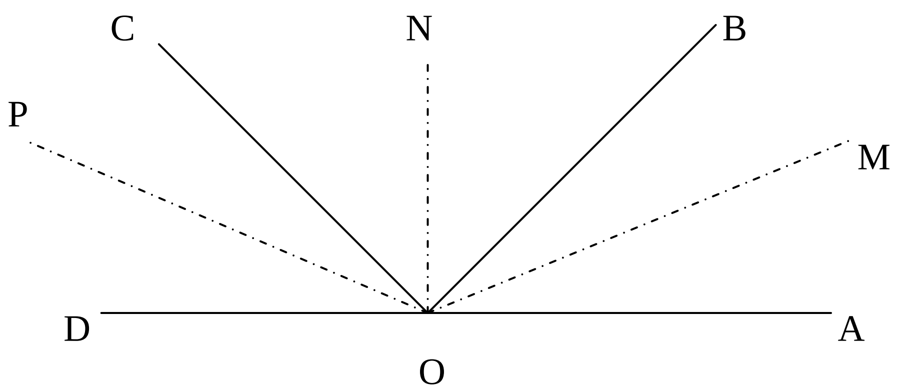
12) (UFMG) – As bissetrizes de dois ângulos consecutivos formam um ângulo de 46^o . Se um dos ângulos mede 32^o , calcule a medida do outro ângulo .

13) (UFMG) – Duas retas que se cortam formam quatro ângulos . Se um deles mede 80^o , calcule as medidas dos outros três .

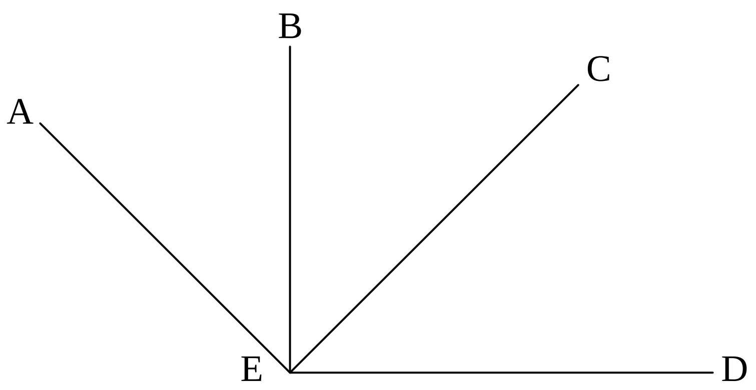
14) (UFMG) – Na figura , OC é a bissetriz do ângulo AÔB , BÔD = 50^o e AÔD = = 22^o . Calcule a medida do ângulo DÔC .



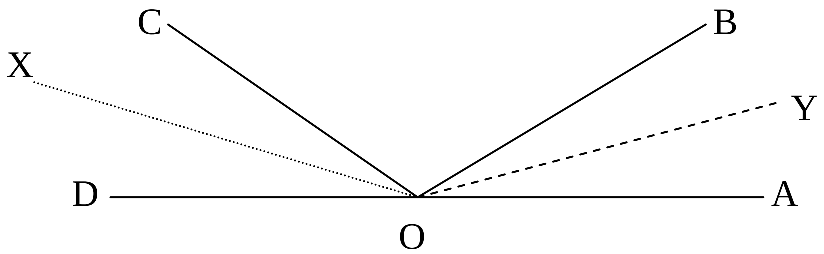
15) (UFMG) – Na figura , $\overrightarrow{OM}$ é a bissetriz do ângulo AÔB , $\overrightarrow{ON}$ é a bissetriz do ângulo BÔC e $\overrightarrow{OP}$ é a bissetriz do ângulo CÔD . Quanto vale a soma dos ân – gulos PÔD e MÔN ?



16) Na figura , BE ⊥ ED , AE ⊥ EC e AÊD = 144^o . Quanto mede o ângulo BÊC ?



17) Quatro semi-retas $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ formam ângulos consecutivos AÔB , BÔC e CÔD , conforme figura a seguir . Sabe-se que $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OD}$ são opostas e que BÔC = 120º . Então , qual é a medida do ângulo formado pelas bissetrizes $\overrightarrow{OX}$ e $\overrightarrow{OY}$ dos ângulos CÔD e AÔB , respectivamente ?

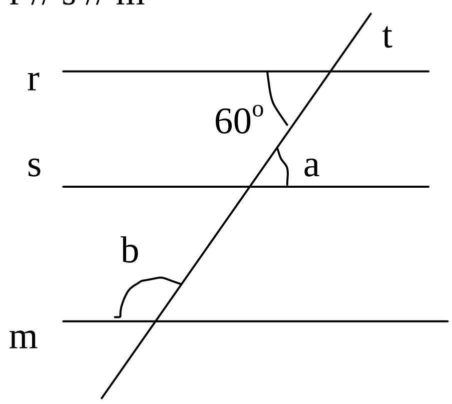


18) Provar que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes (têm a mesma medida) .

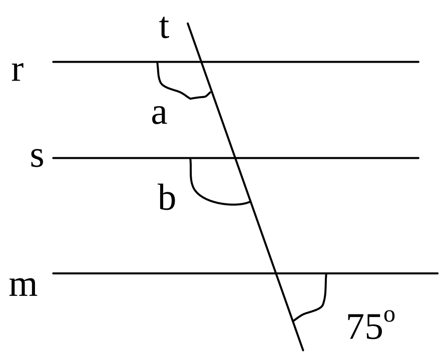
19) Duas retas paralelas **r** e **s** determinam ângulos correspondentes de mesma medida . Provar que
a) os ângulos alternos internos são congruentes ;
b) os ângulos alternos externos são congruentes ;
c) os ângulos colaterais internos são suplementares ;
d) os ângulos colaterais externos são suplementares .

20) Em cada caso a seguir , calcule as medidas de ângulos desconhecidas :

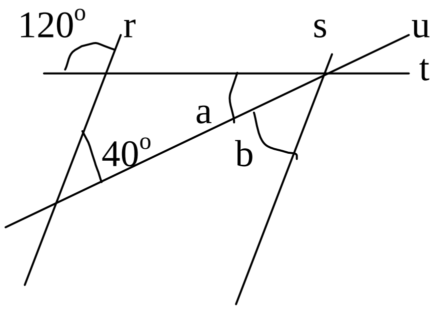
a) r // s // m



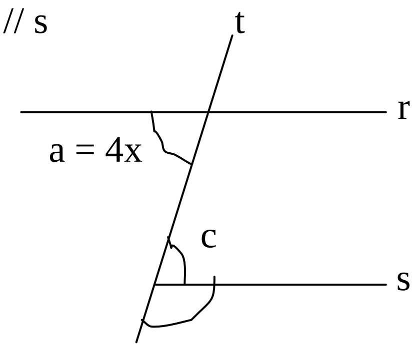
b) r // s // m



c) r // s

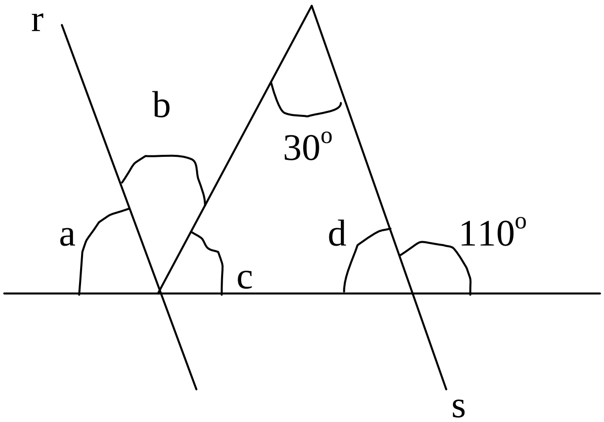


d) r // s

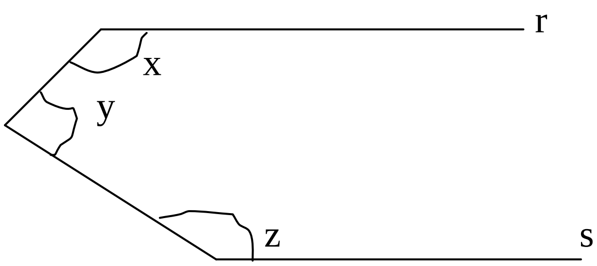


b = 6x

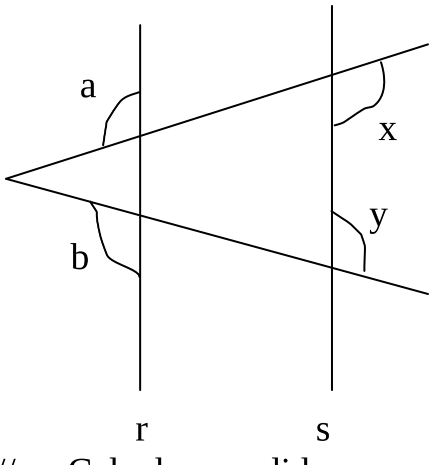
21) (PUC – MG) - Na figura , r e s são paralelas . Calcule as medidas de ângulos a , b , c e d .



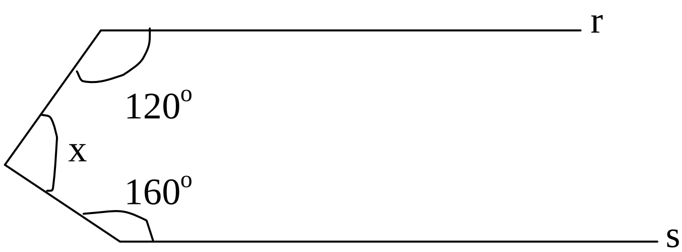
22) Na figura , r // s . Provar que $x + y + z = 360^o$.



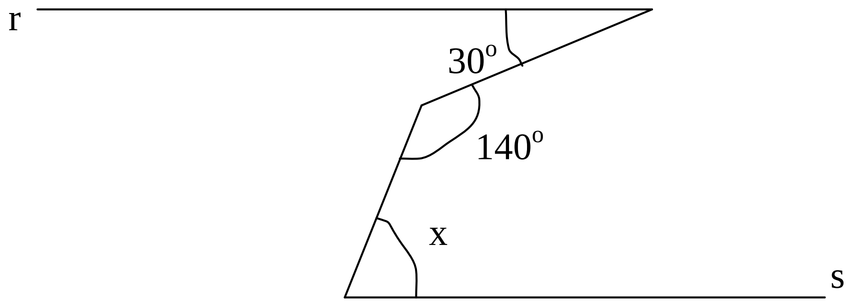
23) Na figura , r // s . Provar que $a + b = x + y$.



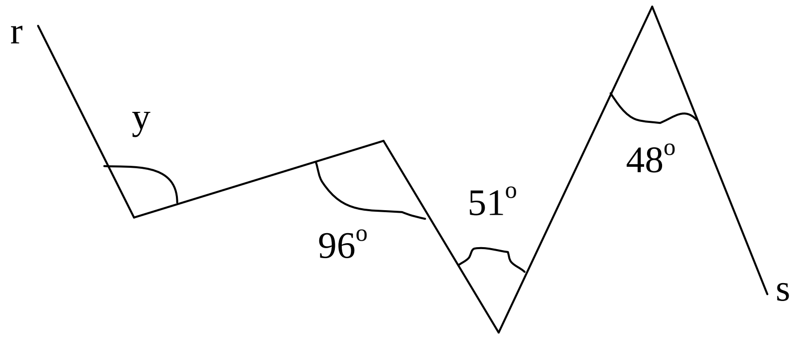
24) Na figura , r // s . Calcule a medida correspondente a x .



25) Na figura , r // s . Calcule x .



26) Na figura , r // s . Calcule y .



****

Respostas : **1)** 41º **2)** 10º **3)** 40º **4)** 43º e 47º **5)** 90º **6)** 45º **7)** 60º e 20º
10) 34º **11)** 42º **12)** 60º **13)** 80º, 100º e 100º **14)** 14º **15)** $\frac{\pi}{2}$ rad **16)** 36º **17)** 150º
20) a) a = 60º e b =120º b) a = b = 105º c) a = 20º e b =40º d) a =72º, b = 108º e c =72º **21)** a = 70º , b = 30º , c = 80º e d = 70º **24)** 80º **25)** 70º **26)** 93º

****

Exercícios Complementares :

1) Três pontos são colineares quando pertencem a uma mesma reta . Os pontos A , B , C e D são colineares e estão dispostos na ordem ABCD . Se M é o ponto médio (ponto que divide o segmento ao meio) do segmento AB e N é o ponto médio do segmento CD , calcule MN em função de AC e BD .

2) Sejam um segmento AB , seu ponto médio M e um ponto P , interno ao segmento AM . Determine PM em função de PA e PB .

3) Seja um segmento AB , seu ponto médio M e um ponto P do prolongamento de

AB . Calcule PM em função de PA e PB .

4) **(PUC – MG)** – Se A , B e C são pontos de uma reta (B entre A e C) , sendo AC = 24 e BA = 5.(BC) . Calcule a medida BC .

5) **(UFMG) –** Para calcular o comprimento do segmento AB , usam-se duas unidades de medida . Representadas por **u** e **v** , essas unidades correspondem a $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ de AB , respectivamente . Considere um ponto F sobre AB . Se a medida de AF com a unidade **u** é 2 , calcule a medida de AF com a unidade **v** .

6) Calcule as medidas de dois ângulos complementares , sabendo que a sua diferença é $15^o\,18'$.

7) **(PUC – MG)** - Converter 0,13 graus em minutos e segundos .

8) A quantos graus eqüivale 1 radiano ?

9) **(UFMG)** – Qual é a medida , em radianos , de um ângulo de $7^o\,30'$?

10) **(PUC – MG)** – Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que marca 12 h 15 min ?

11) Em torno de um ponto O e cobrindo todo o plano , são traçadas cinco semi – retas de origem em O , que determinam cinco ângulos cujas medidas são proporcionais a 2 , 3 , 4 , 5 e 6 . Calcular as medidas desses ângulos .

12) Um ângulo mede $135^o 40'$ e foi dividido em quatro partes . A primeira vale o dobro da segunda , a segunda mede os $\frac{2}{3}$ da terceira e esta excede a Quarta em 18^o . Achar cada uma das partes .

****

<u>Respostas</u> : **1)** $MN = \frac{AC + BD}{2}$ **2)** $PM = \frac{PB - PA}{2}$ **3)** $PM = \frac{PA + PB}{2}$ **4)** 4

5) 2,4 **6)** $37^o\,21'$ e $52^o\,39'$ **7)** 7'48" **8)** aprox. 57^o **9)** $\frac{\pi}{24}$ **10)** $82^o\,30'$

11) 36^o , 54^o , 72^o , 90^o e 108^o **12)** $20^o 25'$, $25^o\,36'40''$, $38^o\,25'$ e $51^o\,13'20''$.